**ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ**
**ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ**
**ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΩΝ 2020**

## ΘΕΜΑ Α

***Α1.*** Σχολικό βιβλίο, σελίδα 16

***Α2.***

***α)*** Λάθος
***β)*** Σωστό
***γ)*** Λάθος

***Α3.***

***α)*** $\left(f(x) \cdot g(x)\right)' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$
***β)*** $\left(\sqrt{x}\right)' = \frac{1}{2\sqrt{x}}, \mu\varepsilon\ x > 0$
***γ)*** $(\sigma\upsilon\nu x)' = -\eta\mu x$

***Α4.*** Σχολικό βιβλίο, σελίδα 28-29.

## ΘΕΜΑ Β

***Β1.*** Ισχύει ότι $f_1\% = 40\%$.

$$f_3 = \frac{\nu_3}{\nu} \Rightarrow 0{,}2 = \frac{10}{\nu} \Rightarrow \nu = 50$$

Τέλος, από τους τύπους

$$f_i = \frac{\nu_i}{\nu}\ \gamma\iota\alpha\ i = 1, \dots, 4$$

$$N_1 = \nu_1, \qquad N_i = N_{i-1} + \nu_i\ \gamma\iota\alpha\ i = 2,3,4$$

$$\kappa\alpha\iota\ \ F_1 = f_1, \qquad F_i = F_{i-1} + f_i\ \gamma\iota\alpha\ i = 2,3,4$$

προκύπτει ο παρακάτω πίνακας.

| $x_i$ | $\nu_i$ | $f_i\%$ | $N_i$ | $F_i$ |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 20 | 40 | 20 | 40 |
| 1 | 15 | 30 | 35 | 70 |
| 2 | 10 | 20 | 45 | 90 |
| 3 | 5 | 10 | 50 | 100 |
| Σύνολο | 50 | 100 | | |

***Β2.*** Τρία βιβλία έχει διαβάσει το $f_4\% = 10\%$.

***Β3.*** Τουλάχιστον 1 βιβλίο έχει διαβάσει το $v_2 + v_3 + v_4 = 30$ μαθητές.

***Β4.*** Το πολύ 2 βιβλία διάβασαν το $f_1\% + f_2\% + f_3\% = 90\%$.

***ΘΕΜΑ Γ***

***Γ1.*** Ισχύει:

$$f(-1) = -2 \Rightarrow -1 - \lambda + 2 = -2 \Rightarrow \lambda = 3$$

Άρα, $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$.

***Γ2.*** Είναι

$$f'(x) = 3x^2 - 6x \quad \kappa\alpha\iota \quad f''(x) = 6x - 6$$

***Γ3.*** Έχουμε $f'(x) = 0 \Rightarrow 3x(x-2) = 0 \Rightarrow x = 0$ ή $x = 2$

$$f'(x) > 0 \Rightarrow x < 0 \text{ ή } x > 2$$

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | | $-$ | | $+$ | |
| $f(x)$ | | ↗ | | ↘ | | ↗ | |
| | | | Τ.Μ. | | Τ.Ε. | | |

Η $f$ είναι γνησίως αύξουσα στο $(-\infty, 0]$ και $[2, +\infty)$ ενώ είναι γνησίως φθίνουσα στο $[0,2]$. Η $f$ παρουσιάζει στο $x_0 = 0$ τοπικό μέγιστο με τιμή $f(0) = 2$ και στο $x_1 = 2$ τοπικό ελάχιστο με τιμή $f(2) = 8 - 12 + 2 = -2$.

***Γ4.*** Έχουμε

$$\lim_{x\to 1}\frac{f'(x)+3}{f''(x)} = \lim_{x\to 1}\frac{3x^2-6x+3}{6x-6} =$$

$$= \lim_{x\to 1}\frac{3(x^2-2x+1)}{6(x-1)} = \lim_{x\to 1}\frac{3(x-1)^2}{6(x-1)} = \lim_{x\to 1}\frac{x-1}{2} = 0$$

***ΘΕΜΑ Δ***

***Δ1.*** Είναι

$$f'(x) = 20(x^2+4x+5)^{19} \cdot (x^2+4x)' = 20 \cdot (x^2+4x+5)^{19} \cdot (2x+4)$$
$$= 40(x^2+4x+5)^{19}(x+2)$$

***Δ2.*** Ισχύει

$$\lim_{h\to 0} \frac{f(-2+h)-f(-2)}{h} = f'(-2) = 40 \cdot (4-8+5)^{19} \cdot 0 = 0$$

***Δ3.*** Έχουμε,

$$f'(x) = 0 \Rightarrow (x^2+4x+5)^{19} = 0 \text{ ή } x+2=0 \Rightarrow$$
$$\begin{cases} x^2+4x+5=0 \\ \text{ή} \\ x=-2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \Delta = -4 < 0\ (αδύνατη) \\ \text{ή} \\ x=-2 \end{cases}$$

Το σημείο επαφής είναι το $M\big(-2, f(-2)\big)$.
Έχουμε, $f(-2) = 1$ και $f'(-2) = 0$.

Η εξίσωση της εφαπτομένης είναι η $y = f'(-2) \cdot x + \beta \Rightarrow y = \beta\ (\varepsilon)$.

Αφού, $M \in (\varepsilon) \Rightarrow 1 = \beta$. Άρα, η εξίσωση της εφαπτομένης είναι η $y = 1$.

***Δ4.*** Ο τύπος που δίνει την απόσταση των σημείων Ο και Α είναι

$$(OA) = \sqrt{x^2+1}$$

Έστω $g(x) = \sqrt{x^2+1}, x > 0$.

$$g'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x^2+1}} \cdot 2x = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$$

Άρα, ο ρυθμός μεταβολής της απόστασης για $x = 1$ είναι $g'(1) = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.