

ΛΥΣΕΙΣ ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΩΝ 2015

ΘΕΜΑ Α

A1 → α

A2 → β

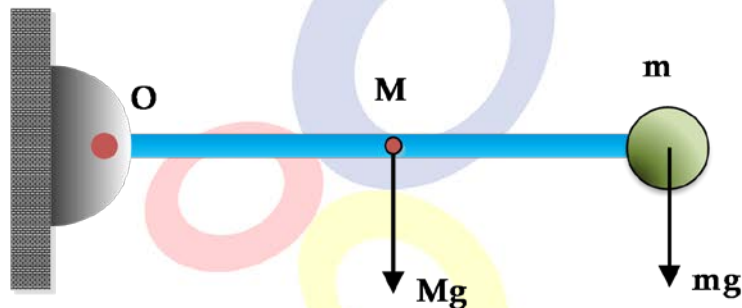
A3 → α

A4 → δ

A5. α → Λάθος β → Σωστό γ → Σωστό δ → Λάθος ε → Σωστό

ΘΕΜΑ Β

B1. Σωστό είναι το (iii).

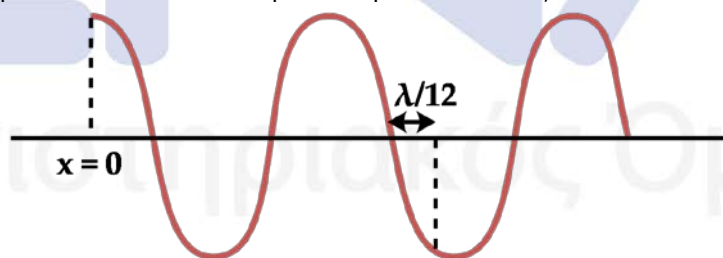


Από γενικευμένο νόμο στροφικής κίνησης έχουμε

$$\frac{\Delta L_{\rho}}{\Delta t} = I_{\rho} \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{1}{3}ML^2 \cdot \frac{\Sigma\tau}{I_{o\lambda}} = \frac{1}{3}ML^2 \cdot \frac{Mg\frac{L}{2} + \frac{M}{2}gL}{\frac{1}{3}ML^2 + \frac{M}{2}L^2} = \frac{2}{5}MgL$$

B2. Σωστό είναι το (iii).

Από το τυχαίο στιγμιότυπο του στάσιμου κύματος που φαίνεται στο παρακάτω σχήμα



προκύπτει ότι η απόσταση του σημείου που ψάχνουμε το πλάτος από την θέση $x = 0$ είναι:

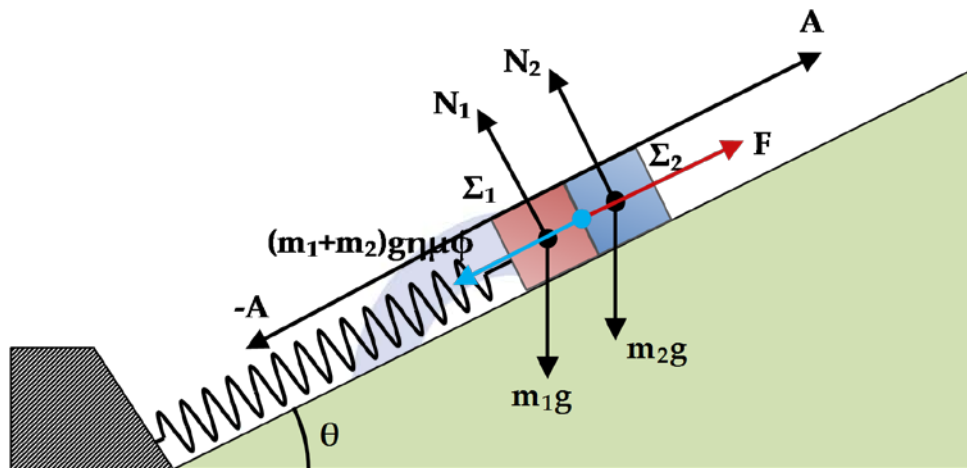
$$x = \frac{\lambda}{4} + \lambda + \frac{\lambda}{12} = \frac{16\lambda}{12} = \frac{4\lambda}{3}$$

$$A' = 2A \left| \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{4\lambda}{3}\right) \right| = 2A \left| \sin\frac{8\pi}{3} \right| = 2A \left| \sin\left(3\pi - \frac{\pi}{3}\right) \right| = 2A \left| -\frac{1}{2} \right| = A$$

B3. Σωστό είναι το (i).

Στη θέση ισορροπίας ταλάντωσης για το σύστημα των σωμάτων Σ_1, Σ_2 εφαρμόζουμε τη συνθήκη ισορροπίας

$$\Sigma F = 0 \Leftrightarrow k \cdot \Delta l = (m_1 + m_2)g\eta\mu\varphi \Leftrightarrow \Delta l = \frac{(m_1 + m_2)g\eta\mu\varphi}{k}$$



Η επαφή θα χαθεί στη θέση φυσικού μήκους. Πρέπει:

$$k \cdot A < k \cdot \Delta l \Leftrightarrow k \cdot A < (m_1 + m_2)g\eta\mu\varphi$$

ΘΕΜΑ Γ

Υπολογίζουμε αρχικά διάφορα μεγέθη που θα χρειαστούν στην επίλυση της άσκησης.

Από τη σχέση της ενέργειας που μας δίνεται έχουμε

$$U_E = 8 \cdot 10^{-2}(1 - i^2) \Leftrightarrow U_E = 8 \cdot 10^{-2} - 8 \cdot 10^{-2} \cdot i^2 \quad (1)$$

Εφαρμόζοντας ΑΔΕΤ και συγκρίνοντας με την προηγούμενη σχέση (1) έχουμε:

$$U_E + U_B = E \Leftrightarrow U_E = E - U_B \Leftrightarrow U_E = E - \frac{1}{2}Li^2 \quad (2)$$

$$\blacksquare E = 8 \cdot 10^{-2} J \Leftrightarrow \frac{1}{2}CV^2 = 8 \cdot 10^{-2} J \Leftrightarrow C = 10^{-4} F \quad (3)$$

$$\blacksquare \frac{L}{2} = 8 \cdot 10^{-2} \Leftrightarrow L = 0,16 H \quad (4)$$

$$\blacksquare E = \frac{1}{2}LI^2 \Leftrightarrow I = 1 A$$

Γ1. Για την περίοδο των ηλεκτρικών ταλαντώσεων έχουμε:

$$T = 2\pi\sqrt{LC} \Leftrightarrow T = 8\pi \cdot 10^{-3} s \quad (5)$$

Γ2. Υπολογίζουμε την ένταση του ρεύματος για τη χρονική στιγμή

$$\frac{T}{12}$$

$$i = -I \cdot \eta\mu\omega t \Leftrightarrow i = -I \cdot \eta\mu\left(\frac{2\pi}{T} \cdot \frac{T}{12}\right) \Leftrightarrow i = -\frac{1}{2} A$$

Επομένως η ηλεκτρική ενέργεια στον πυκνωτή είναι:

$$U_E = 8 \cdot 10^{-2} \left(1 - \left(-\frac{1}{2} \right)^2 \right) J = 6 \cdot 10^{-2} J$$

Γ3. Εφαρμόζουμε ΑΔΕΤ για να βρούμε το φορτίο του πυκνωτή:

$$E = U_E + U_B \Leftrightarrow E = U_E + \frac{U_E}{3} \Leftrightarrow E = \frac{4}{3} U_E \Leftrightarrow \frac{Q^2}{2C} = \frac{4}{3} \cdot \frac{q^2}{2C} \Leftrightarrow q = \pm 2\sqrt{3} \cdot 10^{-3} C$$

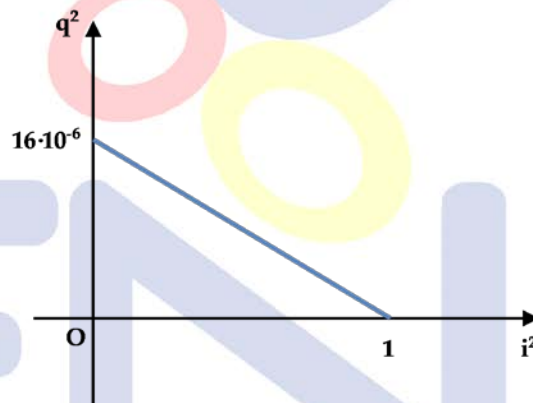
Άρα το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της έντασης του ρεύματος είναι:

$$V_L = V_C = \left| -L \frac{di}{dt} \right| \Leftrightarrow \left| \frac{di}{dt} \right| = \frac{V_C}{L} \Leftrightarrow \left| \frac{di}{dt} \right| = \left| \frac{q}{LC} \right| = |\omega^2 q| \Leftrightarrow \left| \frac{di}{dt} \right| = \left| \frac{4\pi^2}{T^2} \cdot q \right| = 125\sqrt{3} A/s$$

Γ4. Με εφαρμογή ΑΔΕΤ βρίσκουμε τη σχέση που ζητείται:

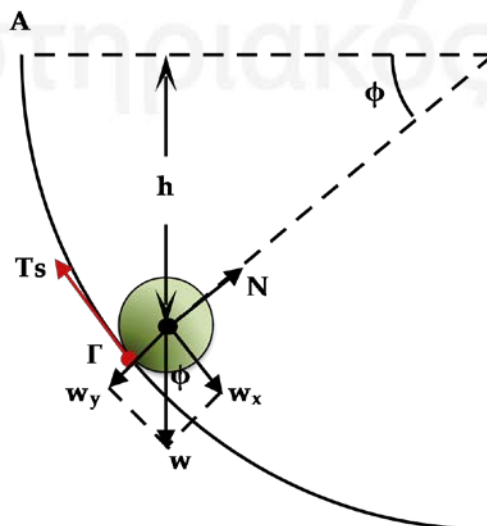
$$E = U_E + U_B \Leftrightarrow E = \frac{q^2}{2C} + \frac{1}{2} Li^2 \Leftrightarrow q^2 = 16 \cdot 10^{-6} - 16 \cdot 10^{-6} \cdot i^2$$

Παρατηρούμε ότι είναι γραμμικής μορφής $y = a - \beta x$, $\beta > 0$



ΘΕΜΑ Δ

Δ1.



Εφαρμόζουμε Θεμελιώδη Νόμο Στροφικής ως προς άξονα που περνάει από το κέντρο μάζας της συμπαγούς μικρής σφαίρας και έχουμε:

$$\Sigma \tau = I \cdot a_{\gamma} \Leftrightarrow T_s \cdot r = \frac{2}{5} m r^2 \cdot \frac{a_{cm}}{r} \Leftrightarrow T_s = \frac{2}{5} m \cdot a_{cm} \quad (1)$$

Εφαρμόζουμε 2^ο Νόμο Νεύτωνα για τη μεταφορική κίνηση

$$\Sigma F = m \cdot a_{cm} \Leftrightarrow m g \sin \varphi - T_s = m \cdot a_{cm} \quad (2)$$

Από (1) και (2) προκύπτει

$$T_s = \frac{2}{7} m g \sin \varphi \Leftrightarrow T_s = 4 \sin \varphi \quad (N)$$

Δ2. Από συνθήκη κεντρομόλου δύναμης έχουμε:

$$\Sigma F_y = F_k = \frac{m u_{\Gamma}^2}{R - r} \Leftrightarrow N - w_y = \frac{m u_{\Gamma}^2}{R - r} \Leftrightarrow N = m g \eta \mu \varphi + \frac{m u_{\Gamma}^2}{R - r} \quad (3)$$

Εφαρμόζοντας ΘΜΚΕ από την αρχική θέση στην θέση Γ για την κίνηση του σφαιριδίου βρισκουμε την ταχύτητα που έχει στο σημείο Γ.

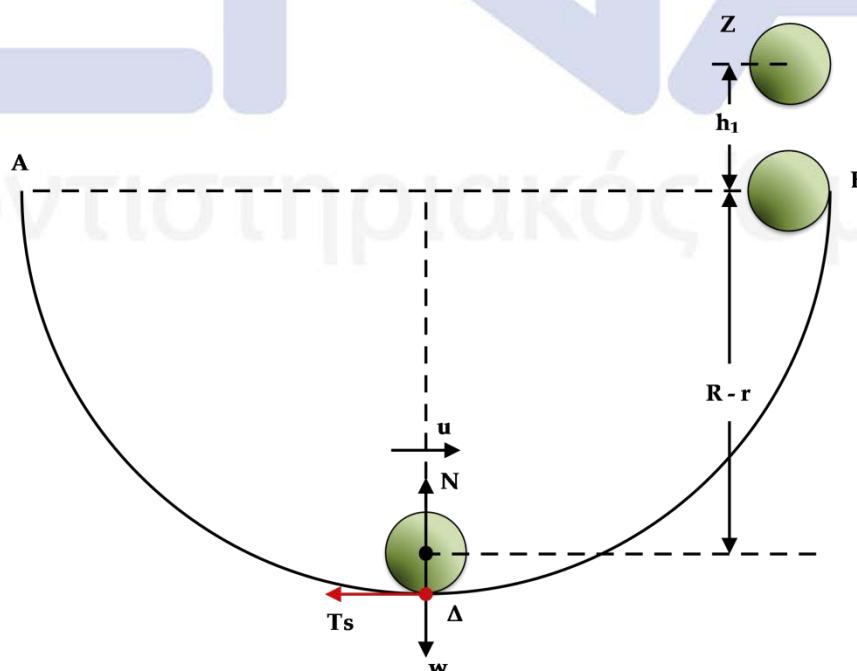
$$K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_{\text{ολ}} \Leftrightarrow \frac{1}{2} m u_{\Gamma}^2 + \frac{1}{2} I \omega_{\Gamma}^2 = m g h \Leftrightarrow \frac{1}{2} m u_{\Gamma}^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5} m r^2 \cdot \omega_{\Gamma}^2 = m g (R - r) \eta \mu \varphi \Leftrightarrow$$

$$u_{\Gamma} = \sqrt{\frac{10}{7} \cdot g (R - r) \eta \mu \varphi} \Leftrightarrow u_{\Gamma} = \sqrt{10} \text{ m/s}$$

Άρα από τη σχέση (3) έχουμε:

$$N = 17 \text{ (N)}$$

Δ3.



Εφαρμόζουμε αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας από τη θέση Δ στη θέση Ε για τη σύνθετη κίνηση της συμπαγής μικρής σφαίρας.

$$E_{μηχ(Δ)} = E_{μηχ(Ε)} \Leftrightarrow \frac{1}{2}mu^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{2}mu_E^2 + \frac{1}{2}I\omega_E^2 + mg(R-r) \Leftrightarrow$$

$$\frac{1}{2}mu^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5}mr^2\omega^2 = \frac{1}{2}mu_E^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5}mr^2\omega_E^2 + mg(R-r) \Leftrightarrow$$

$$u_E = 4 \text{ m/s}$$

Εφαρμόζουμε αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας από τη θέση Ε στη θέση Ζ για τη σύνθετη κίνηση της συμπαγής μικρής σφαίρας από τη στιγμή που εγκαταλείπει το ημικύκλιο.

$$E_{μηχ(Ε)} = E_{μηχ(Ζ)} \Leftrightarrow \frac{1}{2}I\omega_E^2 + \frac{1}{2}mu_E^2 = \frac{1}{2}I\omega_Z^2 + mgh_1 \Leftrightarrow h_1 = 0,8 \text{ m}$$

Δ4. Όταν χάσει την επαφή του, δηλαδή στο σημείο Ε, ο ρυθμός μεταβολής κινητικής ενέργειας είναι:

$$\frac{dK}{dt} = \left(\frac{dK}{dt}\right)_{\text{μετ}} + \left(\frac{dK}{dt}\right)_{\text{στροφο}} = \Sigma \vec{F} \cdot \vec{u}_E + \Sigma \vec{\tau} \cdot \vec{\omega}_E = -mgu_E = -56 \text{ J/s}$$

Για το ρυθμό μεταβολής της στροφορμής έχουμε:

$$\frac{dL}{dt} = \Sigma \tau = 0$$