

ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΩΝ 2026

ΘΕΜΑ Α

A1. Σχολικό βιβλίο, σελίδα 65

A2. Σχολικό βιβλίο, σελίδα 87

A3. Σχολικό βιβλίο, σελίδα 27

A4.

- α) Λάθος
- β) Σωστό
- γ) Σωστό
- δ) Λάθος
- ε) Σωστό

ΘΕΜΑ Β



B1. Για κάθε $x \in \mathbb{R}$:

$$f'(x) = x^2 - 2x - 3$$

B2. $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = -1$ ή $x = 3$

$f'(x) > 0 \Leftrightarrow x < -1$ ή $x > 3$ και $f'(x) < 0 \Leftrightarrow -1 < x < 3$

Η μονοτονία της συνάρτησης προκύπτει από τον παρακάτω πίνακα:

X	$-\infty$	-1	3	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	0	+
$f(x)$				
		T.M.	T.E.	

Η f είναι γνησίως αύξουσα στο $(-\infty, -1]$ και στο $[3, +\infty)$.

Η f είναι γνησίως φθίνουσα στο $[-1, 3]$.

Η f παρουσιάζει για $x = -1$ τοπικό μέγιστο το

$$f(-1) = \frac{1}{3} \cdot (-1)^3 - (-1)^2 - 3 \cdot (-1) + 1 = -\frac{1}{3} - 1 + 3 + 1 = 3 - \frac{1}{3} = \frac{8}{3}$$

Η f παρουσιάζει για $x = 3$ τοπικό ελάχιστο το

$$f(3) = \frac{1}{3} \cdot 3^3 - 3^2 - 9 + 1 = 9 - 9 - 9 + 1 = -8$$

B3. Έστω $\varepsilon: y = \lambda x + \beta$ η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της f στο $A(0, f(0))$.

Ισχύει

$$\lambda = f'(0) = -3$$

Άρα $(\varepsilon) y = -3 \cdot x + \beta$.

Είναι

$$f(0) = 1$$

Αφού το σημείο $A(0,1)$ είναι σημείο της εφαπτομένης οι συντεταγμένες επαληθεύουν την εξίσωση (ε) . Δηλαδή

$$1 = -3 \cdot 0 + \beta \Leftrightarrow \beta = 1 \text{ άρα } \varepsilon: y = -3x + 1$$

B4. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f'(x)}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 2x - 3}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(x-3)}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -1} (x-3) = -4$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Ισχύει ότι

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^7 t_i}{v} \Leftrightarrow 4 = \frac{4 + 5 + 4 + \kappa + 0 + 3 + 7}{7} \Leftrightarrow 28 = 23 + \kappa \Leftrightarrow \kappa = 5$$

Γ2. Τοποθετούμε τις παρατηρήσεις σε αύξουσα σειρά

0,3,4,4,5,5,7

Αφού το πλήθος των παρατηρήσεων είναι περιττός τότε η διάμεσος ισούται με τη μεσαία παρατήρηση άρα, $\delta = x_4 = 4$ βιβλία

Γ3.

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^7 (t_i - \bar{x})^2}{v} = \frac{(0 - 4)^2 + (3 - 4)^2 + 0 + 0 + (5 - 4)^2 + (5 - 4)^2 + (7 - 4)^2}{7} \Leftrightarrow$$

$$s^2 = \frac{(16 + 1 + 1 + 1 + 9)}{7} \Leftrightarrow s^2 = \frac{28}{7} = 4$$

Γ4. Ισχύει ότι

$$CV = \frac{s}{\bar{x}} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \text{ ή } 50\%$$

Αφού $CV > 10\%$ το δείγμα δεν είναι ομοιογενές.

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Ισχύει ότι $x \cdot y = 100 \Leftrightarrow y = \frac{100}{x}$ με $x > 0$.

Οπότε η περίμετρος του ορθογωνίου δίνεται από τον τύπο

$$P(x) = 2x + 2y = 2x + \frac{200}{x}, \quad \text{με } x > 0$$

Δ2. Ισχύει ότι:

$$P'(x) = 2 - \frac{200}{x^2} = \frac{2x^2 - 200}{x^2}$$

$$P'(x) = 0 \Leftrightarrow 2x^2 - 200 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 100 \stackrel{x>0}{\Leftrightarrow} x = 10$$

$$P'(x) > 0 \Leftrightarrow 2x^2 - 200 > 0 \Leftrightarrow x^2 > 100 \stackrel{x>0}{\Leftrightarrow} x > 10$$

$$P'(x) < 0 \Leftrightarrow 2x^2 - 200 < 0 \Leftrightarrow x^2 < 100 \stackrel{x>0}{\Leftrightarrow} x < 10$$

Η μονοτονία της συνάρτησης προκύπτει από τον παρακάτω πίνακα:

x	$-\infty$	0	10	$+\infty$
$\pi'(x)$			$-$	$+$
$\pi(x)$			↘ ↗	

O.E.

Για $x = 10m$ προκύπτει ότι $y = \frac{100}{10} = 10m$ οπότε το ορθογώνιο με την μικρότερη περίμετρο είναι τετράγωνο.

43. Αφού $0 < x_1 < x_2 < 10 \Leftrightarrow \pi(x_1) > \pi(x_2) \Leftrightarrow \pi(x_1) - \pi(x_2) > 0$
 Και $x_1 < x_2 \Leftrightarrow x_1 - x_2 < 0$.
 Άρα, $A < 0$.

44.
$$\lim_{x \rightarrow 10} \frac{\pi'(x)}{\sqrt{10x-10}} = \lim_{x \rightarrow 10} \frac{\frac{2x^2-200}{x^2}}{\sqrt{10x-10}} = \lim_{x \rightarrow 10} \frac{2x^2-200}{x^2(\sqrt{10x-10})} = \lim_{x \rightarrow 10} \frac{2(x^2-100)(\sqrt{10x+10})}{x^2(10x-100)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 10} \frac{2(x-10)(x+10)(\sqrt{10x+10})}{10x^2(x-10)} = \frac{2 \cdot 20 \cdot 20}{100 \cdot 10} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$$